Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés de la Licence Maths, veuillez visiter :
licencemaths.fr/annales-sujets-et-corriges

LICENCE

MENTION MATHÉMATIQUES

ÉVALUATION DU BLOC RNCP40113BC02 : EXPLOITER DES DONNÉES À DES FINS D'ANALYSE

SESSION 2026

Durée : 2 heures

SPÉCIALITÉ / UNITÉ	COEFF
MENTION MATHÉMATIQUES	3, INDICATIF

Moyens de calculs et matériel autorisés :

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé. L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Aucun document ou matériel autorisé en dehors de ceux fournis avec le sujet.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9.

Les documents réponses en fin de sujet sont à rendre avec la copie.

DOSSIER SUJET

MISE EN SITUATION PROFESSIONNELLE ET CAHIER DES CHARGES : LABORATOIRE THERMOMESURE, SITE DE MONTPELLIER, HÉRAULT

Le laboratoire ThermoMesure réalise un contrôle interne de six sondes destinées au suivi de températures dans des enceintes de conservation. Une série de mesures comparatives a été effectuée en laboratoire, sur six températures de référence. Vous êtes chargé d'examiner la qualité des données, d'évaluer l'accord entre les sondes et la référence, puis de formuler une recommandation argumentée pour l'équipe qualité.

Les données fournies dans le sujet sont fictives et ne concernent aucune personne. La procédure interne de réception retient les critères suivants : biais moyen absolu inférieur ou égal à 0,50 °C et erreur quadratique moyenne inférieure ou égale à 0,60 °C sur la série étudiée. Ces seuils sont des critères du cahier des charges du laboratoire pour cette étude, et non une norme nationale de certification.

Le bloc RNCP40113BC02 est un bloc de compétences de la licence Mathématiques. Les modalités d'évaluation, dont la durée et le coefficient, relèvent de l'établissement organisateur.

Partie 1 : Analyse fonctionnelle, qualité et réglementation des données (4 points)

Décrire le jeu de données, repérer les contrôles nécessaires et sélectionner une ressource pertinente

Le DT 1 présente le protocole de mesure et les données brutes. Le laboratoire veut conserver une trace exploitable de l'analyse et éviter qu'une erreur de saisie ou une interprétation excessive ne conduise à une décision injustifiée.

Structure du jeu de données

Variable	Description	Unité ou nature
id_mesure	Identifiant de la mesure	Entier, identifiant technique
temperature_reference	Valeur de référence de l'enceinte	°C, quantitative
temperature_sonde	Valeur affichée par la sonde contrôlée	°C, quantitative
date_heure	Horodatage de la mesure	Date et heure
operateur	Code interne de l'opérateur	Donnée potentiellement identifiante en contexte

Description des variables disponibles dans le fichier de mesure.

1.1 (1 point) Pour les variables *temperature_reference*, *temperature_sonde* et *id_mesure*, indiquez leur rôle dans l'étude et leur nature statistique. Précisez laquelle constitue la variable explicative dans une régression de la lecture de la sonde en fonction de la référence.

1.2 (1 point) À partir du protocole du DT 1, identifiez deux contrôles de qualité à effectuer avant toute analyse statistique. Pour chacun, précisez le problème recherché et une action adaptée en cas d'anomalie.

1.3 (1 point) Le fichier d'analyse ne nécessite pas l'identité des opérateurs. Proposez une mesure de minimisation des données et indiquez une précaution de diffusion compatible avec la situation décrite. Justifiez brièvement votre réponse.

1.4 (1 point) Expliquez pourquoi le seuil interne du laboratoire ne permet pas, à lui seul, de conclure que les sondes sont conformes à toute exigence réglementaire ou normative. Donnez un exemple d'information complémentaire à vérifier.

Partie 2 : Étude descriptive et calcul des erreurs (6 points)

Calculer des indicateurs de biais et de dispersion et interpréter leur portée

On note, pour chaque mesure, l'erreur signée $e_i = y_i - x_i$, où x_i est la température de référence et y_i la température lue par la sonde. Une erreur positive signifie que la sonde indique une température supérieure à la référence. Les données et les critères de réception figurent dans le DT 1.

Mesures comparatives de la sonde

Mesure	Référence x_i (°C)	Lecture y_i (°C)
M1	10,0	10,4
M2	15,0	15,1
M3	20,0	20,6
M4	25,0	25,3
M5	30,0	30,7
M6	35,0	35,2

Série expérimentale réalisée selon le protocole décrit dans le DT 1.

2.1 (1,5 point) Complétez le DR 1 en calculant les six erreurs signées $e_i = y_i - x_i$, puis leur somme. Présentez les résultats en °C avec une précision de 0,1 °C.

2.2 (1,5 point) Calculez le biais moyen $\bar{e} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i$ et l'erreur absolue moyenne $E_{abs} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |e_i|$. Donnez les résultats en °C à 0,01 °C près et interprétez leur signe ou leur valeur.

2.3 (1,5 point) Calculez l'erreur quadratique moyenne $E_Q = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^2}$, en °C, à 0,01 °C près. Détaillez le calcul de la somme des carrés des erreurs.

2.4 (1,5 point) Comparez les indicateurs obtenus aux deux critères internes du laboratoire. Concluez sur la série observée, en distinguant clairement une conclusion relative à cet échantillon d'une conclusion générale sur toutes les sondes et toutes les conditions d'utilisation.

Partie 3 : Modélisation et exploitation de la relation entre référence et lecture (6 points)

Ajuster un modèle affine, évaluer l'association et discuter l'usage prédictif

Pour étudier la relation entre la température de référence x et la lecture y, le DT 2 fournit les sommes nécessaires au calcul de la droite des moindres carrés de y en fonction de x. La pente et l'ordonnée à l'origine sont données par $a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$, où $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$ et $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}$.

Sommes récapitulatives pour l'ajustement affine

Quantité	Valeur
n	6
$\sum x_i$	135
$\sum y_i$	137,3
$\sum x_i^2$	3 475
$\sum y_i^2$	3 582,15
$\sum x_i y_i$	3 528

Valeurs calculées à partir des six mesures du DT 1.

3.1 (2 points) Calculez $\bar{x}$, $\bar{y}$, S_{xx} et S_{xy}, puis déterminez les coefficients a et b de la droite de régression $\hat{y} = ax + b$. Arrondissez les coefficients à 0,001 près et indiquez les unités de la pente et de l'ordonnée à l'origine.

3.2 (1 point) À l'aide des données du DT 2, calculez le coefficient de corrélation linéaire $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}$, avec $S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$. Arrondissez à 0,001 près et interprétez-le sans le confondre avec une preuve de causalité.

3.3 (1,5 point) Avec la droite obtenue en 3.1, estimez la lecture de la sonde pour une température de référence de 27,0 °C. Calculez ensuite le résidu correspondant à la mesure M4, défini par $r_4 = y_4 - \hat{y}_4$. Donnez les résultats en °C à 0,01 °C près.

3.4 (1,5 point) Expliquez pourquoi la forte valeur du coefficient de corrélation, si elle est observée, ne suffit pas à démontrer l'accord entre la sonde et la référence. Appuyez votre réponse sur au moins un indicateur calculé dans la partie 2 et une limite liée à la taille ou à l'étendue de la série.

Partie 4 : Protocole d'analyse, décision et communication des résultats (4 points)

Construire une démarche reproductible et formuler une conclusion proportionnée aux données

Le DT 3 décrit les conditions de mesure, les limites de l'étude et les règles de restitution demandées par l'équipe qualité. La conclusion attendue doit distinguer les résultats calculés, les critères internes appliqués et

les investigations qui restent nécessaires.

Éléments à traiter dans la note de synthèse

Rubrique	Attendu
Résultat	Indicateurs descriptifs et modèle, avec unités
Décision	Comparaison explicite aux critères du cahier des charges
Limites	Portée de la série et conditions non étudiées
Suite proposée	Action de contrôle ou collecte complémentaire

Le candidat s'appuie sur les données des DT 1 à DT 3.

4.1 (1 point) Rédigez, sous forme de liste ordonnée, quatre étapes permettant à un autre analyste de reproduire l'analyse depuis le fichier brut jusqu'à la conclusion. Chaque étape doit préciser une opération vérifiable.

4.2 (1 point) Proposez une collecte complémentaire qui permettrait de mieux étudier les performances des sondes. Précisez au moins deux paramètres expérimentaux à faire varier ou à contrôler et indiquez pourquoi.

4.3 (2 points) Rédigez une conclusion de 80 à 120 mots destinée à l'équipe qualité. Elle doit donner les résultats essentiels, statuer par rapport aux critères internes, mentionner au moins deux limites de l'étude et proposer une suite opérationnelle. Ne présentez pas le résultat de cette série comme une certification générale du produit.

DOSSIER TECHNIQUE ET RESSOURCES

Documents ressources nécessaires à la résolution du sujet

DT 1 : PROTOCOLE DE MESURE ET DONNÉES BRUTES

Une sonde a été placée successivement dans une enceinte stabilisée à six températures de référence. Chaque température de référence est celle affichée par l'étalon du laboratoire au moment de la lecture. Les relevés ont été réalisés au cours d'une même séance, après stabilisation de l'affichage. Le fichier source comporte un identifiant de mesure, la référence, la lecture de la sonde, la date et l'heure, ainsi qu'un code interne d'opérateur. Les six lignes utiles sont reproduites dans le tableau du sujet. Aucun relevé ne comporte de valeur manquante dans cette extraction.

Pour l'étude, l'écart signé est défini par $e_i = y_i - x_i$. Le biais moyen est $\bar{e} = \frac{1}{n}\sum e_i$, l'erreur absolue moyenne est $E_{abs} = \frac{1}{n}\sum |e_i|$, et l'erreur quadratique moyenne est $E_Q = \sqrt{\frac{1}{n}\sum e_i^2}$. Les critères internes de réception applicables à cette étude sont $|\bar{e}| \leq 0,50\ ^\circ\mathrm{C}$ et $E_Q \leq 0,60\ ^\circ\mathrm{C}$.

Série des six mesures

id_mesure	Référence x_i (°C)	Lecture y_i (°C)	Date et heure
M1	10,0	10,4	14/04/2026 09:00
M2	15,0	15,1	14/04/2026 09:08
M3	20,0	20,6	14/04/2026 09:16
M4	25,0	25,3	14/04/2026 09:24
M5	30,0	30,7	14/04/2026 09:32
M6	35,0	35,2	14/04/2026 09:40

Extrait du fichier expérimental anonymisé pour l'exercice.

DT 2 : RAPPELS DE CALCUL POUR LA RÉGRESSION LINÉAIRE

Pour les valeurs observées (x_i, y_i), les moyennes sont $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$ et $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$. Les sommes centrées sont $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$, $S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$ et $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}$. La droite des moindres carrés de y en fonction de x est $\hat{y} = ax + b$, avec $a = S_{xy}/S_{xx}$ et $b = \bar{y} - a\bar{x}$. Le coefficient de corrélation linéaire est $r = S_{xy}/\sqrt{S_{xx}S_{yy}}$.

Les sommes récapitulatives fournies dans le tableau de la partie 3 sont calculées sur les six lignes du DT 1. Elles sont exprimées dans les unités correspondant aux produits indiqués. Les températures de référence s'étendent uniquement de 10,0 °C à 35,0 °C. Toute estimation hors de cet intervalle constituerait une extrapolation.

Sommes de contrôle

Somme ou effectif	Valeur
n	6
$\sum x_i$	135
$\sum y_i$	137,3
$\sum x_i^2$	3 475
$\sum y_i^2$	3 582,15
$\sum x_i y_i$	3 528

Valeurs à utiliser pour vérifier les calculs de la partie 3.

DT 3 : CAHIER DES CHARGES D'ANALYSE ET PRÉCAUTIONS DE RESTITUTION

Le cahier des charges interne demande de comparer le biais moyen et l'erreur quadratique moyenne aux seuils définis dans le DT 1. Il demande également de documenter les données utilisées, les formules appliquées, les arrondis et les limites de l'interprétation. Les seuils sont propres à cette étude et ne remplacent pas les exigences éventuellement applicables au produit, à son usage ou à une opération réglementée.

La série comprend six mesures effectuées au cours d'une séance, sur une seule sonde et dans des conditions stabilisées. Elle ne permet pas d'estimer la variabilité entre plusieurs sondes, entre plusieurs séances ou entre plusieurs opérateurs. Elle ne renseigne pas non plus sur le comportement en régime transitoire, la dérive dans le temps ni les performances hors de l'intervalle testé. Le coefficient de corrélation mesure l'intensité d'une association linéaire, mais ne mesure pas directement l'accord entre deux méthodes de mesure.

Pour la restitution, le laboratoire demande de limiter les données personnelles ou potentiellement identifiantes au strict nécessaire, de conserver la traçabilité des transformations effectuées et de signaler clairement toute valeur écartée ou corrigée. Aucun seuil réglementaire externe n'est fourni dans le dossier.

Critères internes et limites de portée

Élément	Valeur ou portée
Biais moyen	$\lvert\bar{e}\rvert \leq 0,50\ ^\circ\mathrm{C}$
Erreur quadratique moyenne	$E_Q \leq 0,60\ ^\circ\mathrm{C}$
Effectif	6 mesures
Intervalle de référence étudié	10,0 °C à 35,0 °C
Répétitions	Une mesure par niveau de référence
Portée de la décision	Série étudiée uniquement

Extrait du cahier des charges de l'étude.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CETTE PARTIE

DR 1 : Document réponse à rendre avec la copie : questions 2.1 à 2.3 **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Complétez le tableau. Inscrivez les erreurs signées en °C à 0,1 °C près et les sommes demandées. Présentez les calculs des indicateurs dans votre copie.

Tableau de calcul des erreurs

Mesure	Référence x_i (°C)	Lecture y_i (°C)	Erreur e_i (°C)	e_i^2 (°C²)
M1	10,0	10,4	.....	.....
M2	15,0	15,1	.....	.....
M3	20,0	20,6	.....	.....
M4	25,0	25,3	.....	.....
M5	30,0	30,7	.....	.....
M6	35,0	35,2	.....	.....
Somme	.....	.....	.....	.....

À compléter par le candidat à partir des données du DT 1.

Cadre réservé aux justifications, calculs complémentaires ou schémas du candidat :

NE RIEN ÉCRIRE DANS CETTE PARTIE

DR 2 : Document réponse à rendre avec la copie : questions 3.1 et 3.2 **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Complétez les étapes de calcul de la régression et du coefficient de corrélation. Les résultats finaux sont à donner avec les arrondis demandés dans l'énoncé.

Feuille de calcul de l'ajustement affine

Quantité	Expression ou calcul	Résultat
$\bar{x}$	.....	.....
$\bar{y}$	.....	.....
S_{xx}	.....	.....
S_{xy}	.....	.....
S_{yy}	.....	.....
Pente a	.....	.....
Ordonnée à l'origine b	.....	.....
Coefficient de corrélation r	.....	.....

À compléter par le candidat à l'aide du DT 2.

Cadre réservé aux justifications, calculs complémentaires ou schémas du candidat :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.