Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés de la Licence Maths, veuillez visiter :
licencemaths.fr/annales-sujets-et-corriges

LICENCE

MATHÉMATIQUES

ÉPREUVE C6 : ANALYSE D'UN QUESTIONNEMENT EN MOBILISANT DES CONCEPTS DISCIPLINAIRES

SESSION 2026

Durée : 3 heures

SPÉCIALITÉ / UNITÉ	COEFF
MATHÉMATIQUES	3

Moyens de calculs et matériel autorisés :

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé. L'usage de calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Aucun document ou matériel autorisé en dehors de ceux fournis avec le sujet.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 10 pages numérotées de 1/10 à 10/10.

Les documents réponses en fin de sujet sont à rendre avec la copie.

DOSSIER SUJET

MISE EN SITUATION PROFESSIONNELLE ET CAHIER DES CHARGES : BUREAU D'ÉTUDES HORIZON ÉNERGIE, LYON

Le bureau d'études Horizon Énergie réalise une étude thermique simplifiée pour un atelier de production. Le candidat mobilise des concepts d'analyse, d'optimisation et de probabilités afin d'exploiter les données du dossier technique.

Les calculs demandés doivent être justifiés. Les résultats numériques seront arrondis à trois chiffres significatifs, sauf indication contraire. Les données de ce sujet sont conventionnelles et sont fournies intégralement dans les documents techniques.

PARTIE 1 : Modélisation thermique et analyse dimensionnelle (5 points)

Exploiter un modèle de résistance thermique

On étudie la paroi décrite dans le document DT 1. Les résistances superficielles sont incluses dans le modèle. La résistance thermique totale est définie par $R_{\text{tot}} = R_{si} + \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} + R_{se}$, et le coefficient de transmission thermique par $U = \frac{1}{R_{\text{tot}}}$.

Pour une surface de paroi $A = 250\,\text{m}^2$ et un écart de température $\Delta T = 22\,\text{K}$, la puissance thermique traversant la paroi est modélisée par $\Phi = U A \Delta T$.

Données de la paroi étudiée

Couche	Épaisseur e (m)	Conductivité λ (W·m⁻¹·K⁻¹)
Parement bois	0,120	0,130
Isolant	0,160	0,038
Plaque de plâtre	0,013	0,250
Résistance superficielle intérieure Rsi (m²·K·W⁻¹)	0,130	non applicable
Résistance superficielle extérieure Rse (m²·K·W⁻¹)	0,040	non applicable

Valeurs fournies pour le modèle thermique de l'épreuve.

1.1 (1,5 point) Calculer la résistance thermique totale R_{tot} de la paroi. Présenter les contributions de chaque couche et donner le résultat en $\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$.

1.2 (1 point) En déduire le coefficient U, exprimé en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

1.3 (1,5 point) Calculer la puissance thermique Φ traversant la surface de paroi indiquée dans l'énoncé pour $\Delta T = 22\,\text{K}$. Donner le résultat en watts.

1.4 (1 point) Vérifier par analyse des unités que le produit $UA\Delta T$ s'exprime en watts. Expliquer en une phrase ce que représente cette puissance dans le modèle retenu.

PARTIE 2 : Étude d'une amélioration de l'isolation (5 points)

Comparer deux modèles et évaluer un temps de retour

Le bureau d'études envisage d'ajouter une couche d'isolant de conductivité thermique $\lambda_{add} = 0,038\,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$ et d'épaisseur $e_{add} = 0,080\,\mathrm{m}$. La surface étudiée reste $250\,\mathrm{m^2}$, l'écart de température moyen reste $22\,\mathrm{K}$, et le nombre annuel d'heures équivalentes de fonctionnement est de $1800\,\mathrm{h}$. Le prix de l'énergie est $0,22\,€\cdot\mathrm{kWh^{-1}}$, et le coût de la pose de cette amélioration est de $1200\,€$.

On assimile l'énergie annuelle économisée à $\Delta E = (\Phi_{avant} - \Phi_{après})t$, avec conversion des watts-heures en kilowattheures. Le temps de retour simple est le rapport du coût de pose à l'économie annuelle.

Données de l'amélioration envisagée

Paramètre	Valeur
Épaisseur ajoutée	0,080 m
Conductivité de l'isolant ajouté	0,038 W·m⁻¹·K⁻¹
Durée annuelle équivalente	1800 h
Prix de l'énergie	0,22 €·kWh⁻¹
Coût de pose	1200 €

Données contractuelles fournies pour les calculs de cette partie.

2.1 (2 points) Calculer la nouvelle résistance thermique totale puis le nouveau coefficient $U_{après}$. Utiliser les données du DT 1 et de l'énoncé.

2.2 (2 points) Calculer la puissance économisée, puis l'énergie annuelle économisée et l'économie financière annuelle. Détailler les conversions d'unités.

2.3 (1 point) Calculer le temps de retour simple en années et interpréter le résultat au regard d'une durée d'usage prévisionnelle de 20 ans.

PARTIE 3 : Optimisation d'un programme de production (5 points)

Étudier une fonction de profit sur un intervalle fermé

L'atelier envisage de produire q panneaux par jour, avec $q \in [0;400]$. Le coût journalier, en euros, est modélisé par $C(q) = 0,025q^2 + 8q + 180$. Le prix de vente unitaire est de 26 euros, de sorte que la recette est $R(q) = 26q$ et le profit journalier est $P(q) = R(q) - C(q)$.

Modèle économique journalier

Grandeur	Expression fournie
Quantité produite	$q \in [0 ; 400]$
Coût journalier	$C(q) = 0{,}025q^2 + 8q + 180$
Recette journalière	$R(q) = 26q$
Profit journalier	$P(q) = R(q) - C(q)$

Les quantités q sont exprimées en panneaux par jour et les montants en euros par jour.

3.1 (1,5 point) Établir l'expression développée de $P(q)$, puis calculer $P'(q)$.

3.2 (2 points) Étudier le signe de $P'(q)$ sur $[0; 400]$, dresser le tableau de variations de P, puis déterminer la quantité qui maximise le profit.

3.3 (1,5 point) Calculer le profit maximal et le profit obtenu pour $q = 400$. Conclure en comparant ces deux niveaux de production.

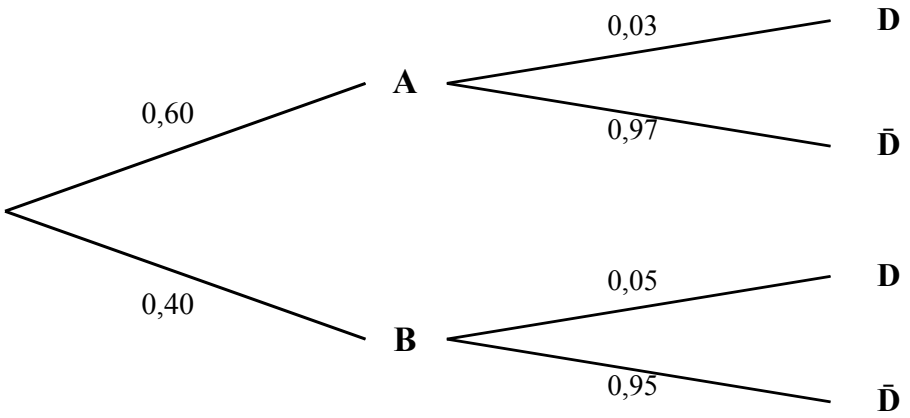
PARTIE 4 : Contrôle qualité et calcul de probabilités (5 points)

Mobiliser les probabilités conditionnelles et la loi binomiale

Deux lignes de production fabriquent les panneaux. La ligne A fournit 60 % de la production et la ligne B fournit 40 %. La probabilité qu'un panneau soit défectueux est de 0,03 pour la ligne A et de 0,05 pour la ligne B. On note D l'événement « le panneau est défectueux ».

Pour un contrôle indépendant, 20 panneaux sont prélevés. Chaque panneau a la même probabilité d'être défectueux, égale à la probabilité globale calculée à partir des deux lignes.

Arbre pondéré de production et de contrôle qualité



A et B désignent la ligne de production ; D désigne un panneau défectueux.

Données des lignes de production

Ligne	Part de production	Probabilité de défaut
A	0,60	0,03
B	0,40	0,05

Probabilités conditionnelles fournies par le service qualité.

4.1 (2 points) Calculer la probabilité globale $P(D)$ qu'un panneau choisi au hasard soit défectueux.

4.2 (2 points) Sachant qu'un panneau est défectueux, calculer la probabilité qu'il provienne de la ligne B. Justifier à l'aide de la formule de Bayes.

4.3 (1 point) Soit X le nombre de panneaux défectueux dans un prélèvement indépendant de 20 panneaux. Donner la loi de X, son espérance et la probabilité d'obtenir exactement un panneau défectueux.

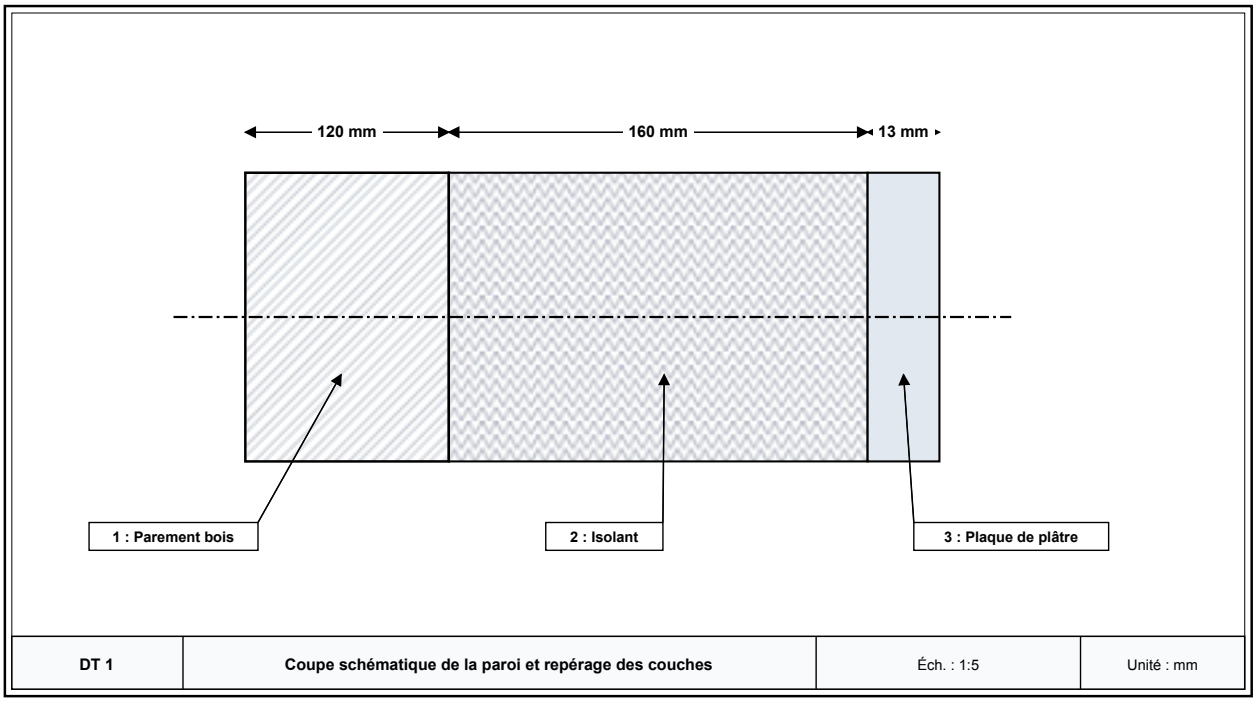
DOSSIER TECHNIQUE ET RESSOURCES

Documents ressources nécessaires à la résolution du sujet

DT 1 : PAROI DE L'ATELIER : COUPE ET DONNÉES THERMIQUES

La paroi étudiée comporte, de l'extérieur vers l'intérieur, un parement bois, un isolant et une plaque de plâtre. Pour le modèle simplifié de l'épreuve, les résistances des couches s'additionnent avec les résistances superficielles : $R_{tot} = R_{si} + \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} + R_{se}$. Le coefficient de transmission est $U = 1/R_{tot}$, et la puissance thermique est évaluée par $\Phi = UA\Delta T$.

La méthode de calcul par résistance thermique des couches est inspirée des principes de la norme NF EN ISO 6946. Les valeurs numériques de matériau et les résistances superficielles à employer sont celles du tableau du sujet. Le dessin est schématique et n'est pas destiné à l'exécution.



Coupe de principe, épaisseurs réelles indiquées par les lignes de cote.

Caractéristiques thermiques

Élément	Épaisseur (m)	Conductivité thermique λ (W·m⁻¹·K⁻¹)
Parement bois	0,120	0,130
Isolant	0,160	0,038
Plaque de plâtre	0,013	0,250
Résistance superficielle intérieure	non applicable	Rsi = 0,130 m²·K·W⁻¹
Résistance superficielle extérieure	non applicable	Rse = 0,040 m²·K·W⁻¹

Valeurs à utiliser pour les calculs du sujet.

DT 2 : DONNÉES D'EXPLOITATION ET PARAMÈTRES DE L'AMÉLIORATION

La surface totale de paroi considérée dans le calcul est de $250\,\mathrm{m}^2$. L'écart de température utilisé pour la comparaison est de $22\,\mathrm{K}$. La durée annuelle équivalente est de $1800\,\mathrm{h}$, le prix de l'énergie est de $0,22\,€\cdot\mathrm{kWh}^{-1}$, et le coût de pose de l'isolant supplémentaire est de $1200\,€$.

La couche supplémentaire a une épaisseur de $0,080\,\mathrm{m}$ et une conductivité de $0,038\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$. Pour convertir une énergie exprimée en wattheures en kilowattheures, diviser par 1000.

Paramètres de calcul et données économiques

Paramètre	Valeur
Surface de paroi	250 m²
Écart de température	22 K
Durée annuelle équivalente	1800 h
Prix de l'énergie	0,22 €·kWh⁻¹
Coût de pose	1200 €
Épaisseur de la couche ajoutée	0,080 m
Conductivité de la couche ajoutée	0,038 W·m⁻¹·K⁻¹

Toutes les valeurs utiles à l'étude de l'amélioration sont fournies ci-dessous.

DT 3 : MODÈLE DE PRODUCTION ET DONNÉES DU CONTRÔLE QUALITÉ

Le coût journalier de production est modélisé par $C(q) = 0,025q^2 + 8q + 180$, pour une quantité q comprise entre 0 et 400 panneaux. Chaque panneau est vendu 26 euros. Le profit est égal à la recette moins le coût.

La ligne A produit 60 % des panneaux avec un taux de défaut de 0,03. La ligne B produit 40 % des panneaux avec un taux de défaut de 0,05. Pour le prélèvement de 20 panneaux, les défauts sont supposés indépendants et de probabilité identique. Si X compte les défauts, alors X suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = P(D)$.

Pour les événements A et B, les probabilités conjointes se calculent par $P(A \cap D) = P(A)P(D \mid A)$ et $P(B \cap D) = P(B)P(D \mid B)$. La formule de Bayes s'écrit $P(B \mid D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)}$.

Données de production et de qualité

Paramètre	Valeur
Intervalle de production	0 à 400 panneaux par jour
Coût journalier	$C(q) = 0{,}025q^2 + 8q + 180$
Prix de vente unitaire	26 €
Part de la ligne A	0,60
Taux de défaut de la ligne A	0,03
Part de la ligne B	0,40
Taux de défaut de la ligne B	0,05
Taille du prélèvement	20 panneaux

Paramètres fournis pour l'étude de l'optimisation et des probabilités.

NE RIEN ÉCRIRE DANS CETTE PARTIE

DR 1 : Document réponse à rendre avec la copie : Questions 1.1, 1.2 et 2.1 — **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Compléter les cellules laissées vides. Indiquer les unités et reporter les résultats arrondis à trois chiffres significatifs.

Calcul des résistances thermiques

Élément	Calcul de la résistance	Résistance ($m^2 \cdot K \cdot W^{-1}$)
Parement bois	.....	.....
Isolant existant	.....	.....
Plaque de plâtre	.....	.....
Résistances superficielles	.....	.....
Total avant amélioration	.....	.....
Couche ajoutée	.....	.....
Total après amélioration	.....	.....
Coefficient U après amélioration	.....	.....

Compléter une ligne par couche, puis calculer la résistance totale et le coefficient U.

Cadre réservé aux justifications, calculs complémentaires ou schémas du candidat :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

NE RIEN ÉCRIRE DANS CETTE PARTIE

DR 2 : Document réponse à rendre avec la copie : Questions 3.2 et 4.1 à 4.3 — **À RENDRE AVEC LA COPIE**

Compléter les tableaux de travail. Les justifications et les étapes de calcul doivent également figurer sur la copie.

Tableau de variations du profit et résultats de qualité

Travail demandé	Résultat
Expression développée de P(q)	.....
Valeur de q annulant P′(q)	.....
Variations de P sur [0 ; 400]	.....
Quantité maximisant le profit	.....
Probabilité globale P(D)	.....
Probabilité conditionnelle P(B | D)	.....
Loi de X et espérance	.....
Probabilité P(X = 1)	.....

Compléter les cases contenant des points de suspension.

Cadre réservé aux justifications, calculs complémentaires ou schémas du candidat :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.